

# **POLINÔMIOS INTERPOLADORES COMO MÉTODO PREVISOR PARA PREVISÃO DE CURTO PRAZO**

Marcelo de Faria (Uni-FACEF)

Antônio Carlos da Silva Filho (Uni-FACEF)

## **1 INTRODUÇÃO**

A área de análise e previsão de sucessões cronológicas (séries temporais ou crônicas), hoje campo de pesquisa bem definido dentro dos Métodos Quantitativos, tem sido uma das áreas-chave em Ciências Sociais Aplicadas.

A área de Finanças, por exemplo, vem, ao longo das últimas duas décadas, modificando-se e se transformando em uma ciência eminentemente quantitativa, em que são usadas ferramentas como Estatística, Matemática e Ciência da Computação para que o processamento das informações forneça resultados mais precisos e confiáveis, principalmente ligados aos modelos de previsão (ZOU, 2004).

As condições presentes determinam, em certo grau, o futuro da forma em que pode haver muitas interações e complexas relações entre as variáveis envolvidas. Existindo informação suficiente disponível sobre o sistema em estudo, uma abordagem matemática pode ser desejável, sendo que as equações construídas modelam os mecanismos responsáveis pela geração das séries temporais e como o seu comportamento evolui. No entanto, em muitos problemas reais de interesse, não temos informações e/ou condições ideais suficientes para construir equações que governem o comportamento das variáveis que queremos prever. Na ausência de informações suficientes para gerar as equações, é mais atrativo usar uma abordagem baseada em modelos (DE VEAUX, 1998).

Com o avanço da tecnologia e da capacidade de armazenagem e processamento dos sistemas computacionais, diversos modelos e técnicas quantitativas de previsão têm sido pesquisados, complementando e aprimorando as análises qualitativas por uma série de fatores, incluindo maior precisão (HARDIE, 1998).

Modelos de previsão quantitativos utilizam-se basicamente de dados históricos para detectar padrões de comportamento e estimá-los no futuro. Esses modelos empregam um ferramental matemático e estatístico para representar a realidade para a qual foram criados. Diversas técnicas estatísticas têm sido usadas na criação dos modelos, baseadas em diferentes pressupostos assumidos (WINKLHOFER, 1996).

## **2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

O principal objetivo é explorar a capacidade de previsão de curto prazo em séries variadas, principalmente as financeiras, utilizando como método previsor polinômios interpoladores na forma de Newton, só que extrapolando o polinômio para além da região para a qual ele foi criado, fazendo a previsão para até cinco valores à frente. Um segundo objetivo é o de determinar quais são os graus ótimos dos polinômios utilizados. São utilizadas, como padrão de comparação, séries diversas, como séries de números aleatórios, caóticos, quase-periódicos e periódicos.

## **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Previsão, ou em inglês, *forecasting*, que se refere a “ato ou efeito de prever, antevisão, presciência...”, pode ser definida como uma seqüência de passos que o tomador de decisões realiza, seja implícita ou explicitamente, para antever satisfatoriamente um valor futuro.

Segundo Harrison e Stevens (1976), uma previsão adequada deve dar suporte a uma decisão minimizadora de risco por parte dos agentes tomadores de decisões. Para Shalizi et al. (2002), o futuro é sempre desconhecido e, até certo ponto, imprevisível e uma previsão é sempre imperfeita, mas não inútil.

Toda previsão é uma tentativa de prognosticar o futuro através do exame do passado. Consiste em gerar previsões não enviesadas da magnitude de alguma variável, como um índice de Bolsa, com base no conhecimento presente e passado acumulado em bases de dados e na experiência dos gestores e outros profissionais envolvidos.

Conforme Tsay (2002), as previsões variam segundo a sua aplicação em níveis agregados (como na Economia) ou para um componente específico (como para uma campanha individual). Também difere quanto ao horizonte de previsão – de curto, médio ou longo prazo – que são conceitos flexíveis, que irão variar conforme a área de aplicação.

Inúmeros autores já pesquisaram sobre a adoção das previsões na área de Finanças, utilizando-se de diferentes técnicas e abordagens. Alguns autores como Keim e Stambough (1986) pesquisaram a adoção de métodos de previsão de indicadores financeiros, desde previsibilidade de retornos de preços de ações até previsões de preços aplicados a contratos futuros na BM&F, através da modelagem de sucessões cronológicas, em que se têm, como variável de entrada, os valores históricos da variável a ser prevista, utilizando abordagens econométricas e redes neurais.

Alguns outros autores exploraram mais especificamente a previsão de índices de Bolsa de Valores. Esses autores, como Kutsurelis (1998), utilizaram técnicas de modelagem de séries temporais, tomando como base os modelos ARIMA sugeridos por Box e Jenkins (1970), e com uso de redes neurais voltadas para o índice S&P 500.

O polinômio interpolador na forma de Newton é construído como segue (BURDEN e FAIRES, 2003). Consideremos um conjunto conhecido de pontos:  $(x_0, f(x_0)), (x_1, f(x_1)), \dots, (x_n, f(x_n))$ . O polinômio é o seguinte:

$$P_n(x) = f[x_0] + \sum_{(k=1)}^{(n)} f[x_0, x_1, \dots, x_k] (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_k)$$

onde  $f[x_0, x_1, \dots, x_k]$  é a k-ésima diferença dividida de  $f(x)$  relativa a  $x_0, \dots, x_k$  e é definida recursivamente a partir da seguinte fórmula:

$$f[x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1}] = (f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]) / (x_{i+k} - x_i)$$

sendo  $f[x_i] = f(x_i)$ .

Normalmente, tal polinômio é utilizado para realizar a interpolação e calcular um valor aproximado para  $f(x)$ , com  $x$  entre  $x_0$  e  $x_n$ . O que se fará aqui é extrapolar tal intervalo, calculando um valor aproximado para  $f(x)$  com  $x$  fora do intervalo  $(x_0, x_n)$ , ou seja, usar-se-á  $P_n(x)$  para prever valores futuros da seqüência (LIMA, 2005), não parando apenas no primeiro valor, como fizeram Lima et al. (2005). No caso das séries aqui consideradas, usamos como domínio da função  $f(x)$  o conjunto dos números naturais.

As séries simuladas, usadas como controle, são as seguintes: (a) uma série de números aleatórios, obtidos através de um gerador computacional; (b) uma série de dados caóticos, obtidos a partir do conhecido mapeamento logístico  $x_{n+1} = 4 * x_n * (x_n - 1)$ ; (c) uma série de dados periódicos, obtidos a partir da função seno e (d) uma série de dados quase-periódicos, obtidos a partir de uma soma de quatro termos cossenodais com freqüências incomensuráveis.

Os programas para os cálculos foram feitos com o programa MATLAB (HANSELMAN, 2003), disponível no Uni-FACEF.

#### **4 METODOLOGIA**

A pesquisa desenvolvida é quantitativa, com base em procedimentos conhecidos de análise numérica. Usamos, neste trabalho, polinômios interpoladores na forma de Newton para fazer as previsões. A previsão aqui considerada é uma de curto prazo, sendo feita para os próximos elementos da seqüência, num máximo de cinco (o equivalente a uma semana para as séries financeiras). Os resultados são analisados considerando o desvio médio absoluto, expresso em porcentagem, dos resultados obtidos em relação aos valores conhecidos das séries. Para efeito de comparação, são analisadas, também, quatro séries não-financeiras: (a) série de valores aleatórios; (b) série de valores caóticos; (c) série de valores quase-periódicos e (d) série de valores periódicos.

Todas as séries consideradas são constituídas de dezenas ou centenas de valores. A quantidade de pontos utilizada para a construção dos polinômios varia de dois a dez. Assim, por exemplo, utilizando cinco pontos para a construção do polinômio, é feita a previsão para o sexto valor a partir dos cinco primeiros valores

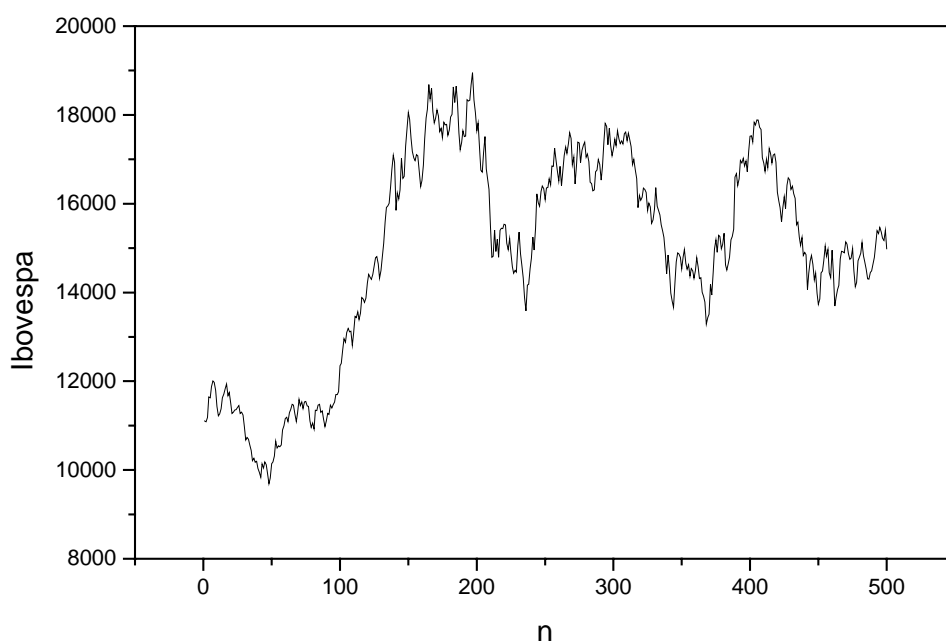
da série. A seguir, utilizando-se do segundo ao sexto valor (num total de cinco) é feita a previsão para o sétimo. O processo continua até que seja feita a previsão para o último valor da série. Quando a previsão for para mais de dois valores, o processo é semelhante.

A análise da adequação dos resultados é feita calculando, para cada ponto previsto, o valor absoluto do desvio em relação ao valor conhecido, calculado em porcentagem. A seguir, será calculado o valor médio de todos estes desvios, um índice conhecido como MAPE.

## 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

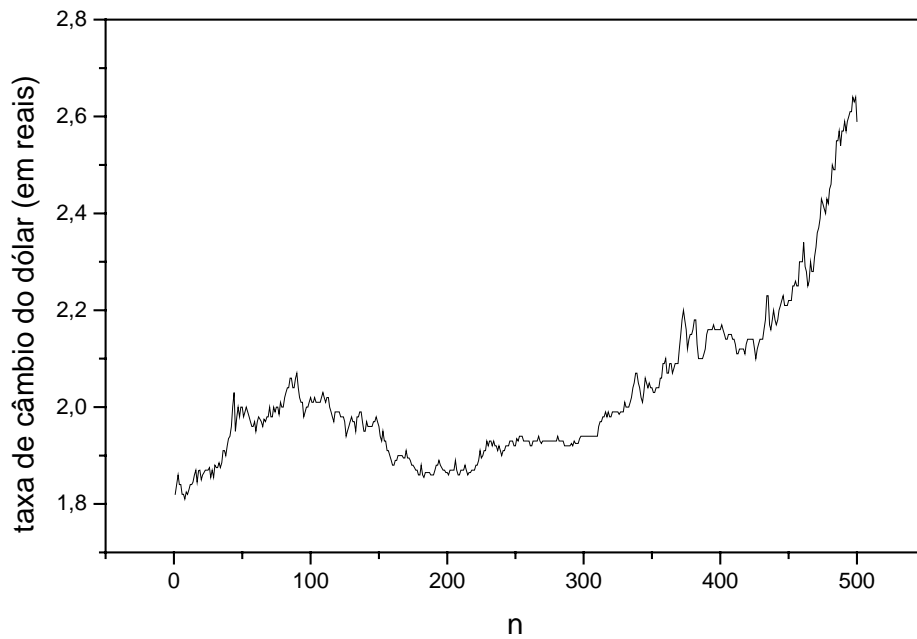
A partir dos dados coletados para as séries do Ibovespa, da taxa de câmbio do dólar e da cotação da saca de 60 kg de soja, obtivemos os resultados descritos a seguir.

As séries temporais para o Ibovespa, a taxa de câmbio do dólar e a soja estão colocadas nas figuras de (1) a (3), respectivamente. Todas as séries referem-se ao período de 11/06/1999 a 15/06/2001.



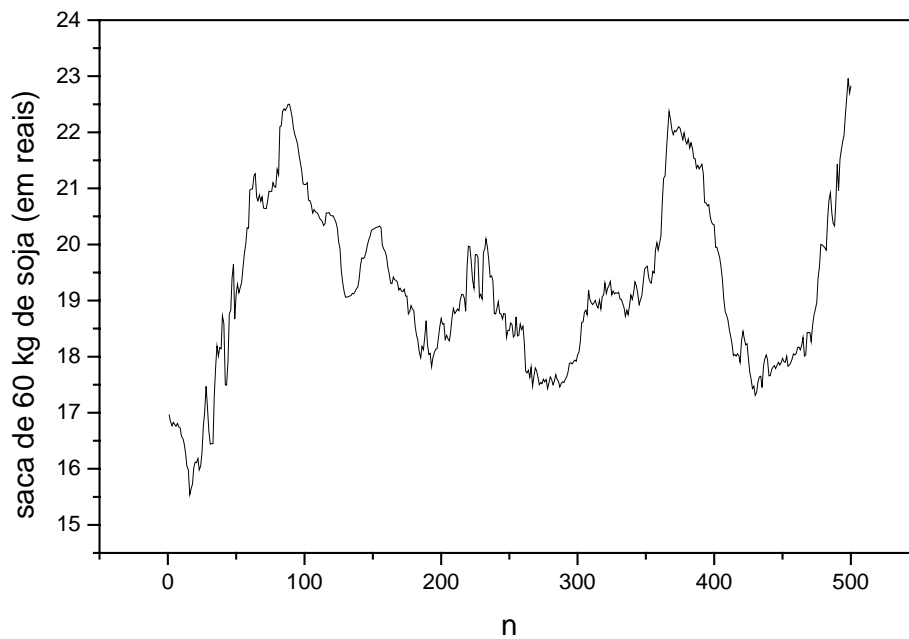
**Figura 1:** Série de 500 valores para o Ibovespa.

**Fonte:** Elaborado pelos autores



**Figura 2:** Série de 500 valores para a taxa de câmbio do dólar (em reais)

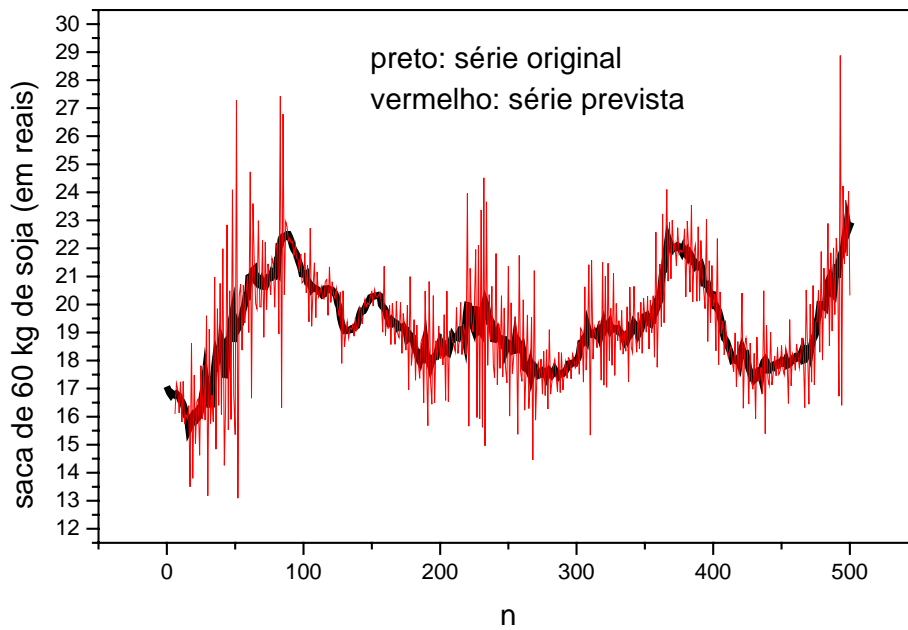
**Fonte:** Elaborado pelos autores



**Figura 3:** Série de 500 valores para a saca de 60 kg de soja (em reais)

**Fonte:** Elaborado pelos autores

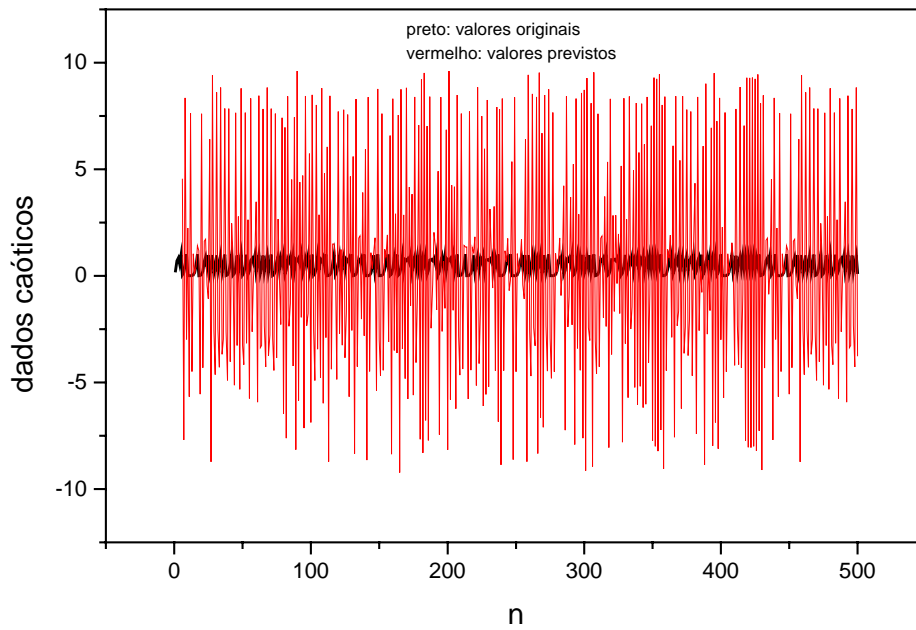
Um exemplo de como fica o sistema considerado com a previsão pode ser visto na figura (4) abaixo, onde foram utilizados cinco pontos na construção do polinômio:



**Figura 4:** Valores reais e valores previstos para a saca de 60 kg de soja (em reais)

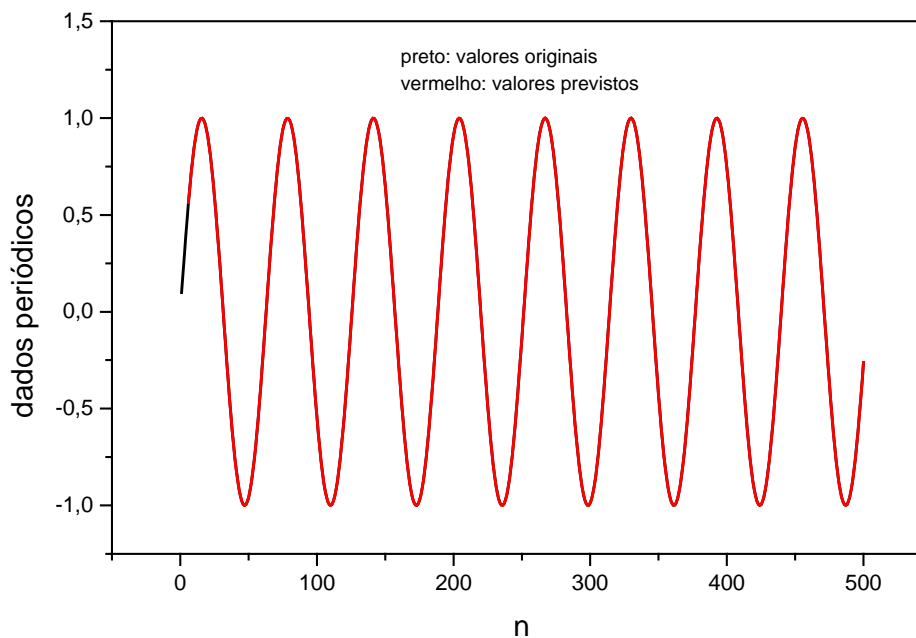
**Fonte:** Elaborado pelos autores

Como comparação, vejamos os mesmos gráficos para a série caótica (figura (5)) e para a série periódica (figura(6)).



**Figura 5:** Valores reais e valores previstos para a série caótica

**Fonte:** Elaborado pelos autores



**Figura 6:** Valores reais e valores previstos para a série periódica

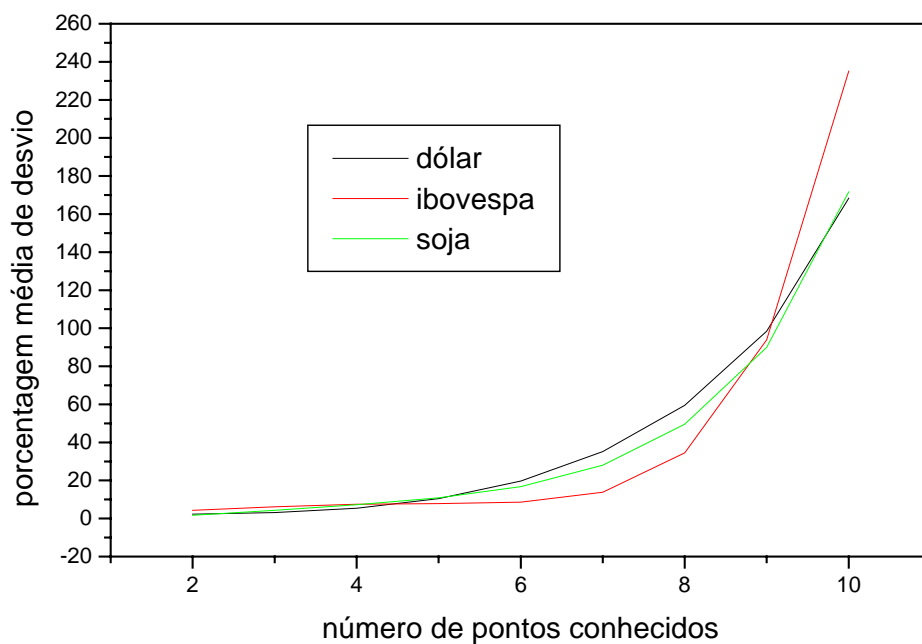
**Fonte:** Elaborado pelos autores

Podemos notar a perfeita aderência, neste último caso, entre os valores originais e os valores previstos.

A figura (7) exibe os desvios absolutos médios, em porcentagem, para as três séries financeiras aqui consideradas. Os valores ficam abaixo dos 10% para até cinco pontos considerados. Os valores numéricos completos podem ser visualizados na tabela (1) abaixo.

**Tabela 1:** Valores numéricos dos desvios absolutos médios, em porcentagem

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Caos	739	702	1090	2485	–	–	–	–	18.420
Dólar	2,32	3,09	5,41	10,42	19,7	35,1	59,5	98,7	168
Ibovespa	4,32	6,20	7,47	7,83	8,6	13,9	34,5	93,9	235
Aleatório	78,1	117	249	614	–	–	–	–	26.404
Quase Periódico	0,3494	0,0401	0,0016	0,0003	–	–	–	–	0,0002
Periódico	1,36	0,3483	0,0172	0,0032	–	–	–	–	0,0003
Soja	1,67	4,34	7,27	10,87	16,7	28,0	49,5	89,9	171



**Figura 7:** Gráfico do desvio absoluto médio (em porcentagem) para as séries financeiras

**Fonte:** Elaborado pelos autores

## 6 CONCLUSÃO

Para previsões de curto prazo, não é necessária a utilização de métodos mais sofisticados de previsão, bastando a extensão, para além da região de interpolação, do domínio de validade de um polinômio interpolador de baixo grau.

Analisando os resultados obtidos, podemos considerar os resultados da previsão como bons, se considerarmos apenas dois ou três pontos na construção do polinômio interpolador.

## REFERÊNCIAS

BOX, G. E. P; PIERCE, D. A. Distribution of autocorrelations in autoregressive moving average models. *Journal of the American Statistical Association*, v. 65,1970. p. 1509-1526, 1970.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. *Análise Numérica*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. 736 p.

DE VEAUX, R.; SCHWEINSBERG, J.; SCHUMI, J.; UNGAR, L. H. Prediction intervals for neural networks via nonlinear regression. *Technometrics*. v. 40, n. 4. p. 273-282, nov, 1998.

HANSELMAN, Duane; LITTLEFIELD, Bruce. *Matlab 6 – Curso Completo*. São Paulo: Prentice Hall, 2003. 676 p.

HARDIE, B. G. S.; FADER, P. S.; WISNIEWSKI, M. An empirical comparison of new product trial forecasting methods. *International Journal of Forecasting*. n. 17, p. 209-229, 1998.

HARRISON, P. J.; STEVENS, C. F. Bayesian Forecasting. *Journal of the Royal Statistical Society: series B*, v. 38, n. 3, p.81-135, 1976.

KEIM, D.; STAMBAUGH, R. Predicting returns in stock and bond markets. *Journal of Financial Economics*. v. 17, 1986, p. 357-390.

KUTSURELIS, J. E. *Forecasting financial markets using neural network: an analysis of methods and accuracy*. 1998. 123 f. (Tese em Administração). Naval Postgraduate School, Monterey, California. 1998.

SHALIZI, C. R.; SHALIZI, K. L; CRUTCHFIELD, J. P. *An algorithm for pattern discovery in time series*. Santa Fe Institute. Working Paper – Nov. 2002.

TSAY, R. S. *Analysis of financial time series*. New York: Wiley series in probability and statistics, 2. ed, 2005. 640 p.

WINKLHOFER H.; WITT, S. F.; DIAMATOPOULOS, A. Forecasting practice: a review of the empirical literature and an agenda for the future research. *International Journal of Forecasting*, Elsevier Science B, v. 1 , n.12, p. 193-221,1996.

ZOU, H., YANG, Y. Combining time series models for forecasting. *International Journal of Forecasting*. n. 20, p. 69-84, 2004.